

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2023-2024

Esame scritto del 06.02.2024

Parte 1 - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

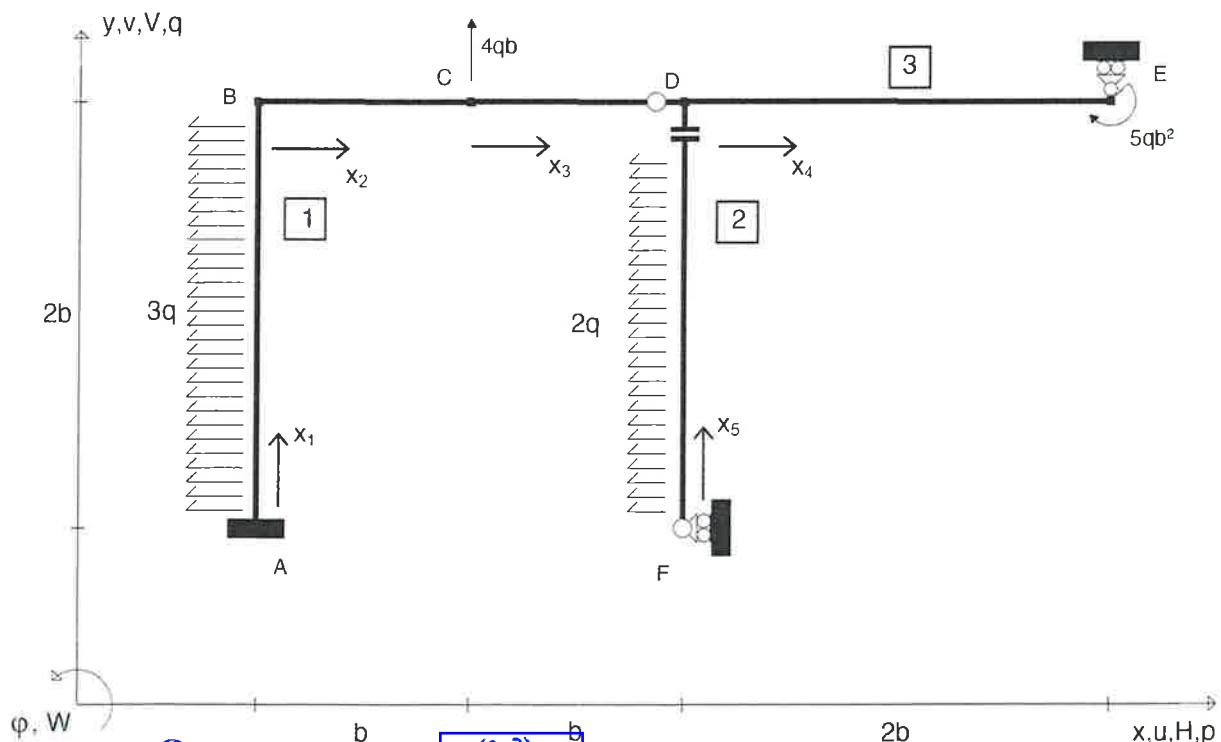
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 06.02.24*001



Equazioni ausiliarie

① $M_{z(D)} = 0$ oppure $M_{z(D)}^{(2+3)} = 0$

② $R_x^{(1)} = 0$ oppure $R_x^{(1+3)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare V_A in A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

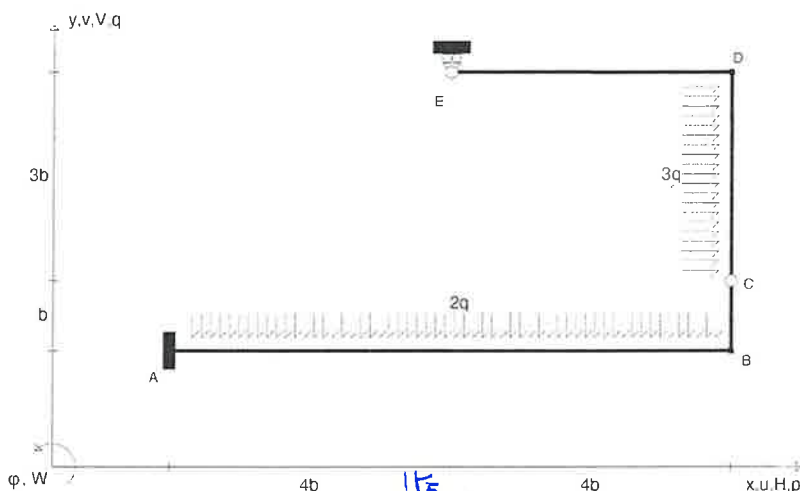
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto D , v_D , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto C , u_C .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto D , M_D .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste ABC , CD , DE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$C_1 = (\infty, 0)$$

$$C_{12} = (8b, b)$$

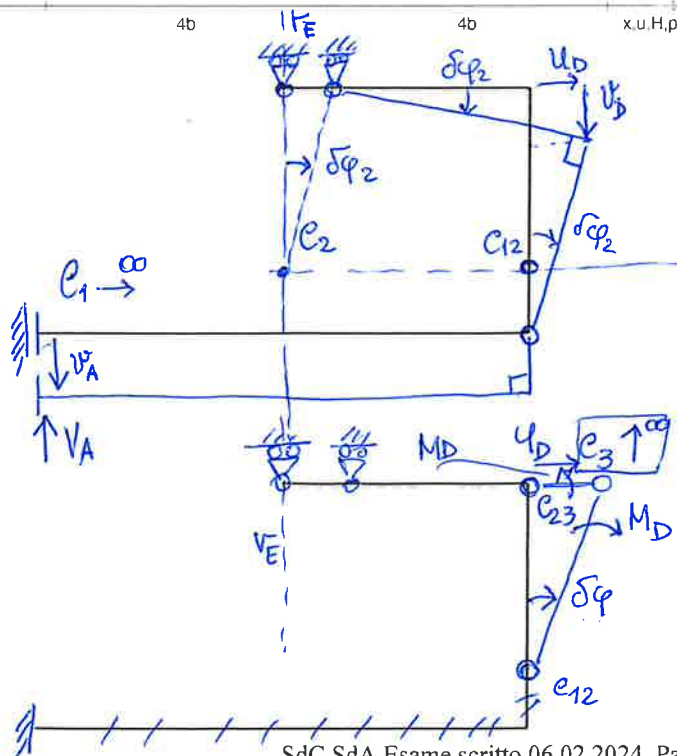
$$C_2 \in r_E$$

$$C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2$$

$$C_{12} = (8b, b)$$

$$C_{23} = (8b, 4b)$$

$$C_3 = (\infty, \infty)$$



$$v_D = -4b \delta \varphi_2$$

$$u_C = 0$$

$$v_A = v_D$$

$$u_D = 3b \delta \varphi_2$$

$$u_D = 3b \delta \varphi$$

$$v_C = \infty$$

$$V_A(\hat{u}) = \frac{155}{8}qb; C_1 = (0, 0); C_2 = (4b, b); C_{12} = (8b, b);$$

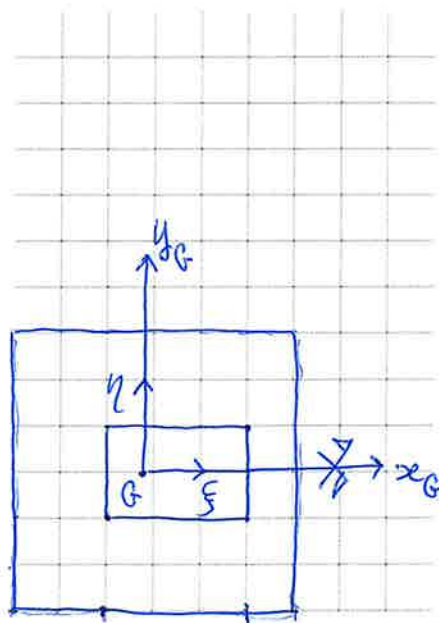
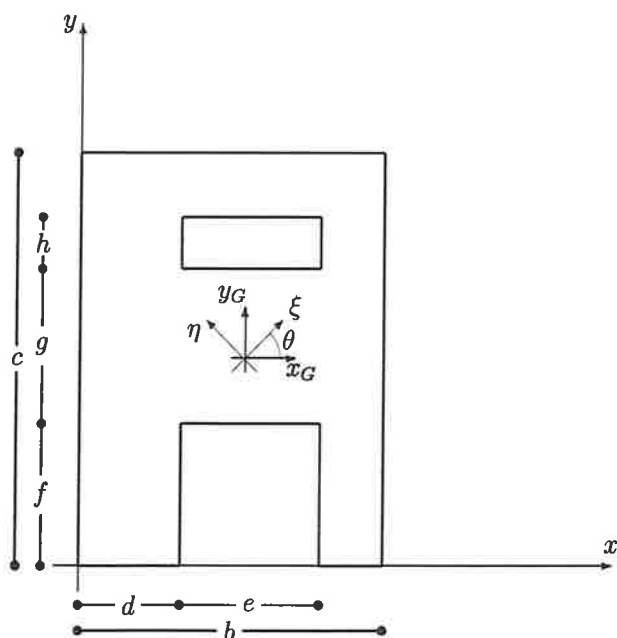
$$v_D = -4b\delta\varphi_2; u_C = 0;$$

$$M_D(\hat{u} \otimes \hat{v}) = \frac{27}{2}qb^2; u_D = 3b\delta\varphi; v_C = 0;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 6a$; $c = 6a$; $d = 2a$; $e = 3a$; $f = 0$; $g = 2a$; $h = 2a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



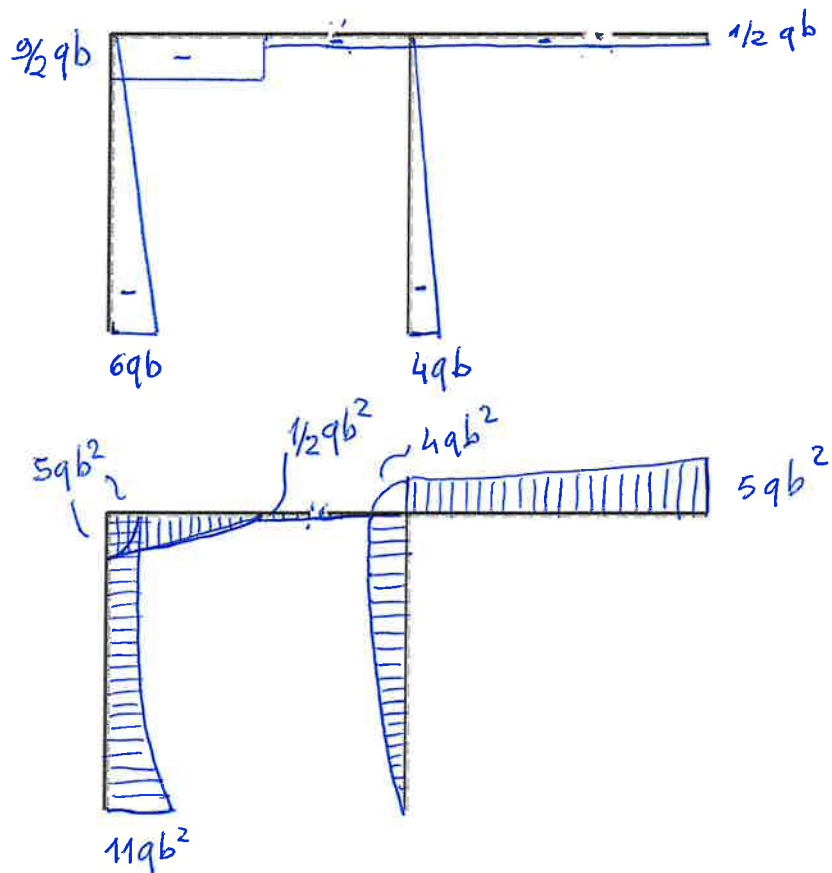
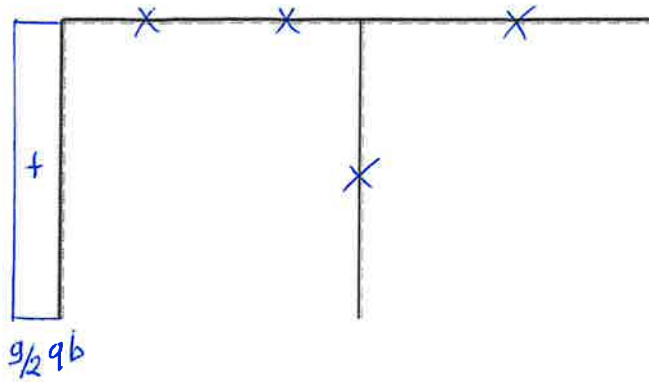
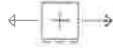
$$S_x = 90a^3; S_y = 87a^3;$$

$$x_G = \frac{20}{10}a = 2.000a; y_G = 3a;$$

$$J_{xG} = 106a^4; J_{yG} = \frac{1017}{10}a^4 = 101.7000a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = 106a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{1017}{10}a^4;$$



$V_A(\uparrow) = -\frac{9}{2}qb$	$H_A(\Rightarrow) = 6qb$	$M_A(\curvearrowright) = -11qb^2$	$V_E(\uparrow) = \frac{1}{2}qb$	$H_F(\Rightarrow) = 4qb$
$N_{AB} = \frac{9}{2}qb$	$T_{AB} = -6qb + 3qx_1$	$M_{AB} = 11qb^2 - 6qb x_1 + \frac{3}{2}q x_1^2$		
$N_{BC} = 0$	$T_{BC} = -\frac{9}{2}qb$	$M_{BC} = 5qb^2 - \frac{9}{2}qb x_2$		
$N_{CD} = 0$	$T_{CD} = -\frac{1}{2}qb$	$M_{CD} = \frac{1}{2}qb^2 - \frac{1}{2}qb x_3$		
$N_{DE} = 0$	$T_{DE} = -\frac{1}{2}qb$	$M_{DE} = -4qb^2 - \frac{1}{2}qb x_4$		
$N_{FD} = 0$	$T_{FD} = -4qb + 2qx_5$	$M_{FD} = -4qb x_5 + qx_5^2$		

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2023-2024

Esame scritto del 06.02.2024

Parte 1 - Testo 2

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

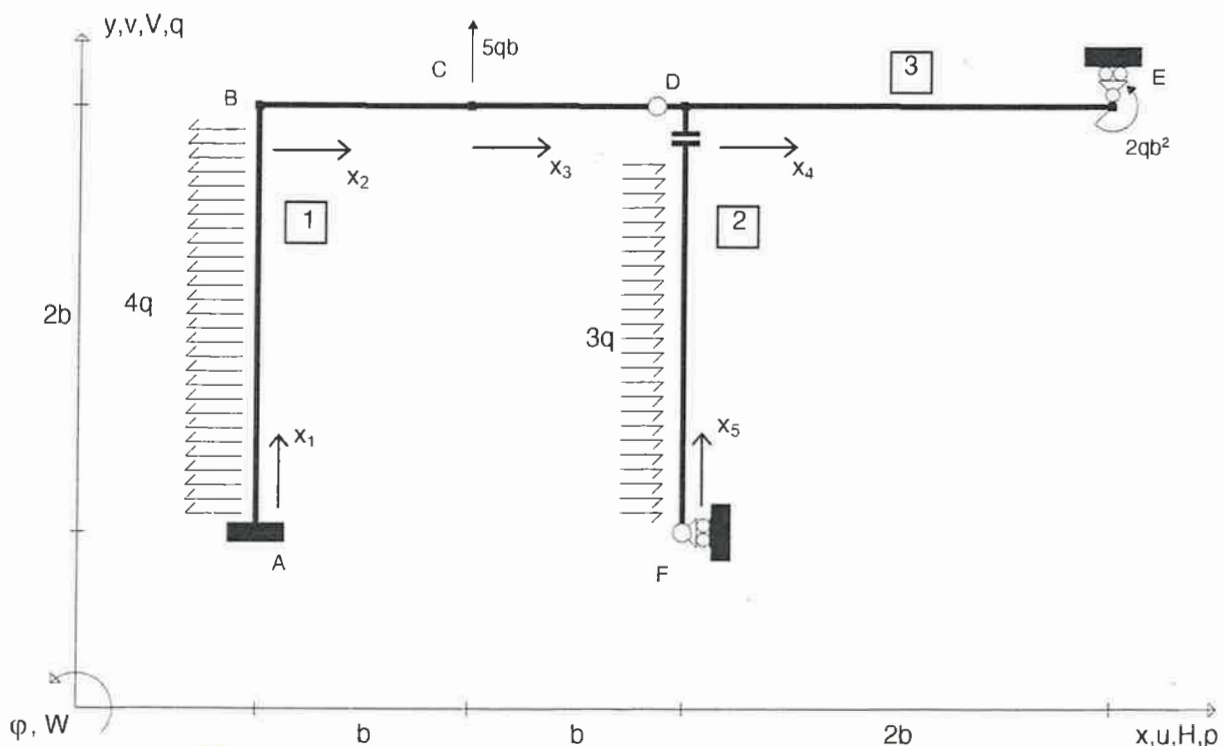
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 06.02.24*002



Equazioni
ausiliarie

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad M_{Z(D)} &= 0 \quad \text{oppure} \quad M_{Z(D)}^{(2+3)} = 0 \\ \textcircled{2} \quad R_x &= 0 \quad \text{oppure} \quad R_x^{(1+3)} = 0 \end{aligned}$$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare V_A in A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

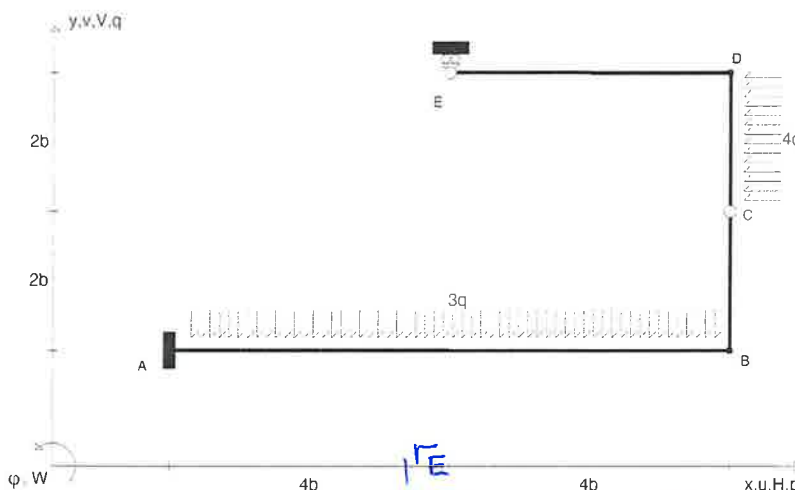
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto D , v_D , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto C , u_C .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto D , M_D .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste ABC , CD , DE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$C_1 = (\infty, 0)$$

$$C_{12} = (8b, 2b)$$

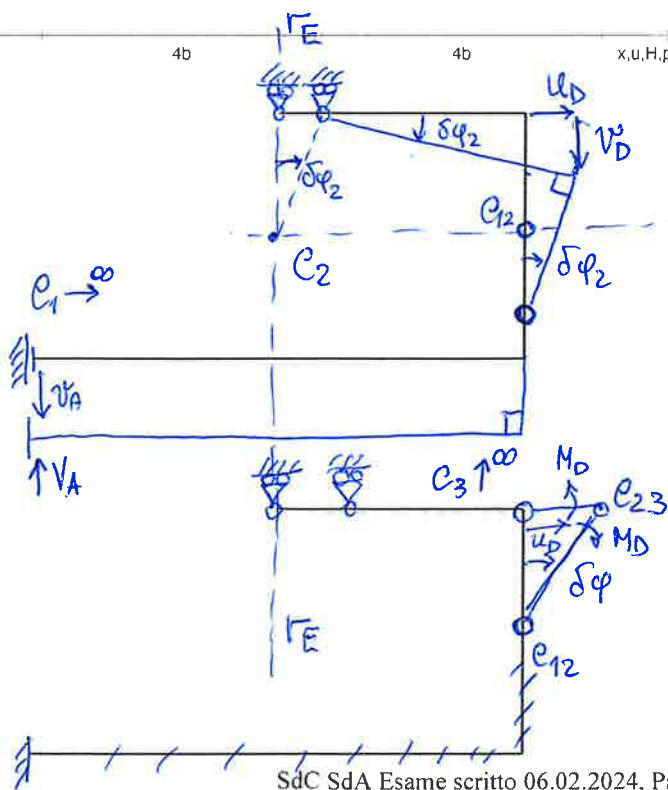
$$C_2 \in r_E$$

$$C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2$$

$$C_{12} = (8b, 2b)$$

$$C_{23} = (8b, 4b)$$

$$C_3 = (\infty, \infty)$$



$$v_D = -4b \delta \varphi_2$$

$$u_C = 0$$

$$v_A = v_D$$

$$u_D = 2b \delta \varphi_2$$

$$u_D = 2b \delta \varphi$$

$$v_C = 0$$

$$V_A(\hat{u}) = 22qb; C_1 = (0, 0); C_2 = (4b, 2b); C_{12} = (8b, 2b);$$

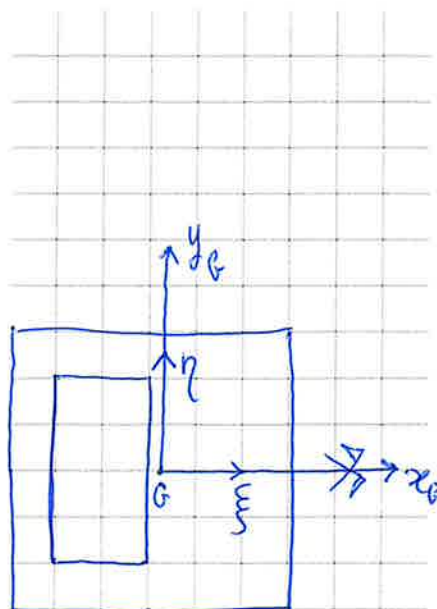
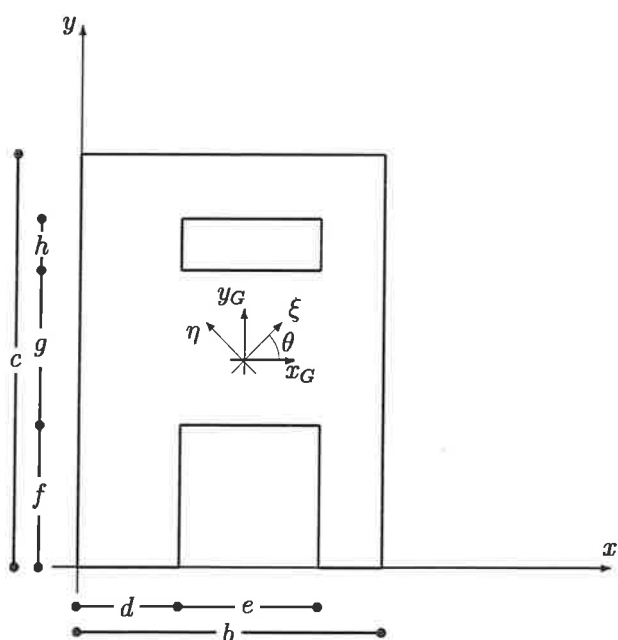
$$v_D = -4b\delta\varphi_2; u_C = 0;$$

$$M_D(\hat{u}, \hat{v}) = -8qb^2; u_D = 2b\delta\varphi; v_C = 0;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 6a$; $c = 6a$; $d = 1a$; $e = 2a$; $f = 0$; $g = 1a$; $h = 4a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



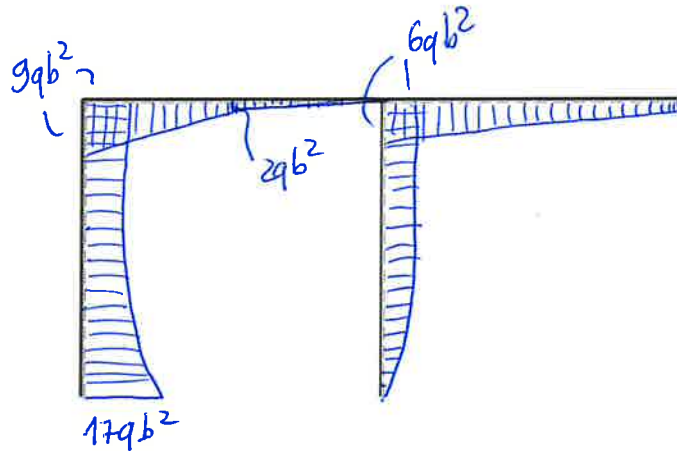
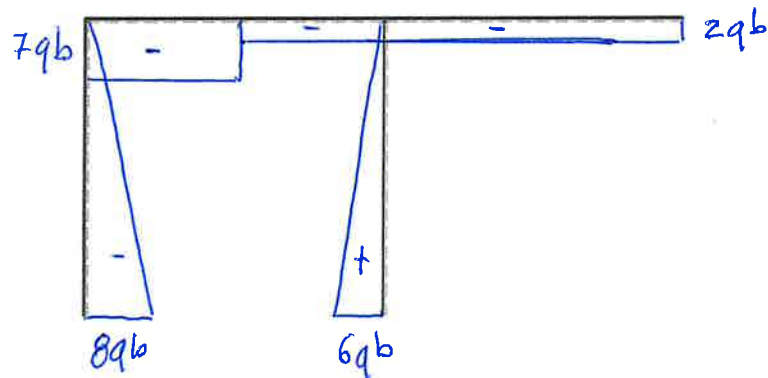
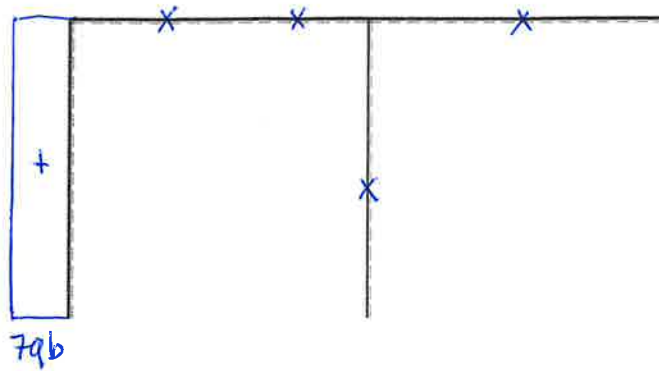
$$S_x = 84a^3; S_y = 92a^3;$$

$$x_G = 23/7 a = 3.2857a; y_G = 3a;$$

$$J_{xG} = 292/3 a^4 = 97.3333a^4; J_{yG} = 1996/21 a^4 = 95.0476a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = 292/3 a^4; J_\eta = J_{\min} = 1996/21 a^4;$$



$V_A (\uparrow) = -7qb$	$H_A (\Rightarrow) = 8qb$	$M_A (\curvearrowright) = -17qb^2$	$V_E (\uparrow) = 2qb$	$H_F (\Rightarrow) = -6qb$
$N_{AB} = 7qb$	$T_{AB} = -8qb + 4qx_1$	$M_{AB} = 17qb^2 - 8qb x_1 + 2q x_1^2$		
$N_{BC} = 0$	$T_{BC} = -7qb$	$M_{BC} = 9qb^2 - 7qb x_2$		
$N_{CD} = 0$	$T_{CD} = -2qb$	$M_{CD} = 2qb^2 - 2qb x_3$		
$N_{DE} = 0$	$T_{DE} = -2qb$	$M_{DE} = 6qb^2 - 2qb x_4$		
$N_{FD} = 0$	$T_{FD} = 6qb - 3qx_5$	$M_{FD} = 6qb x_5 - \frac{3}{2} q x_5^2$		

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2023-2024

Esame scritto del 06.02.2024

Parte 1 - Testo 3

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

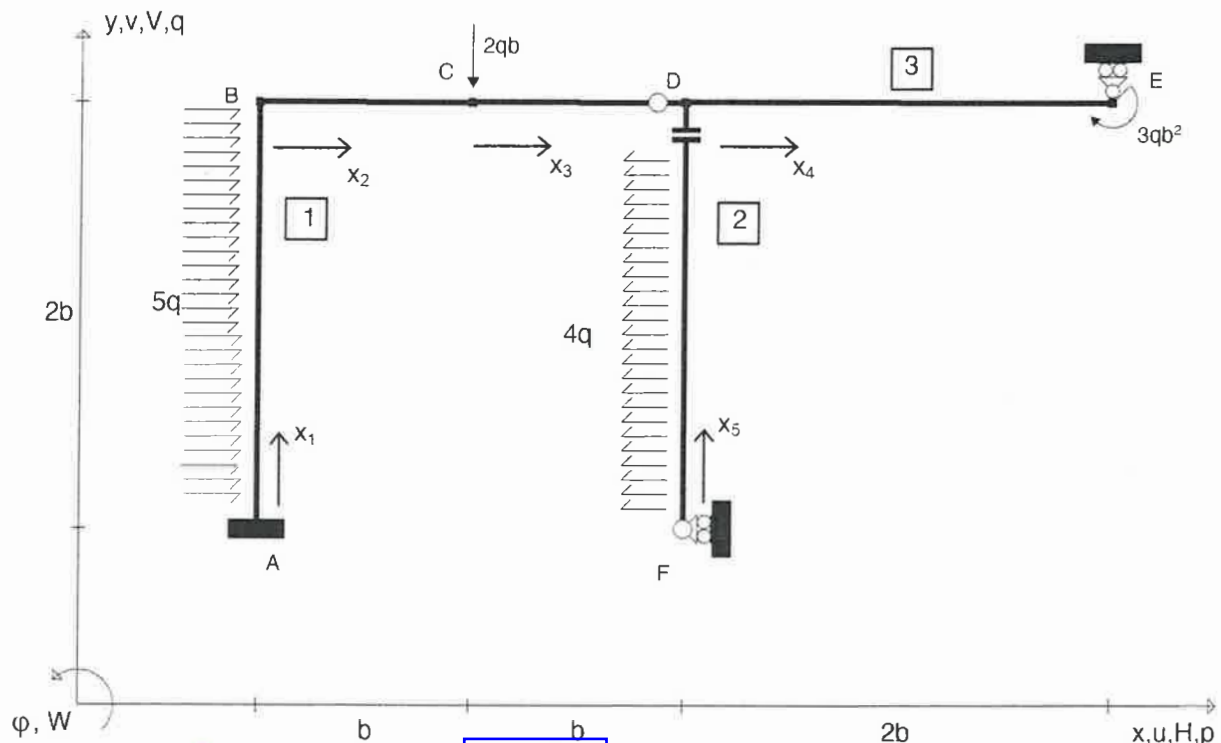
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 06.02.24*003



Equazioni
auxiliarie

① $M_z(0) = 0$ oppure $M_z(0) = 0$
 ② $R_x = 0$ oppure $R_x^{(1+3)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare V_A in A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

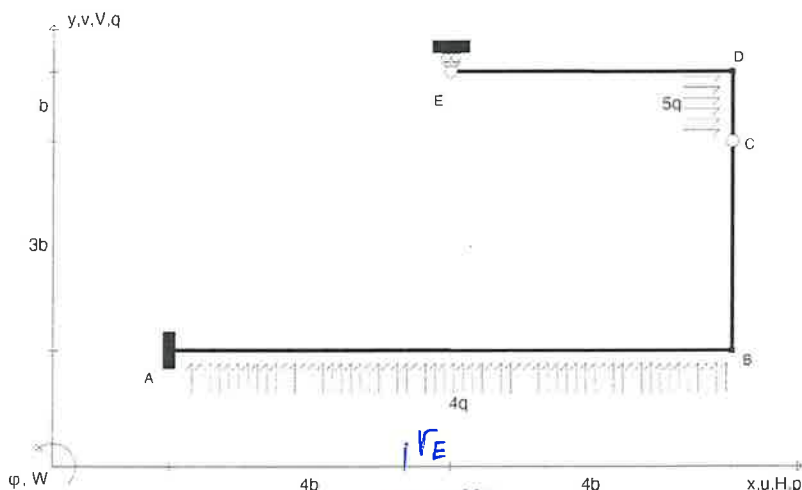
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto D , v_D , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto C , u_C .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto D , M_D .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste ABC , CD , DE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$C_1 = (\infty, 0)$$

$$C_{12} = (8b, 3b)$$

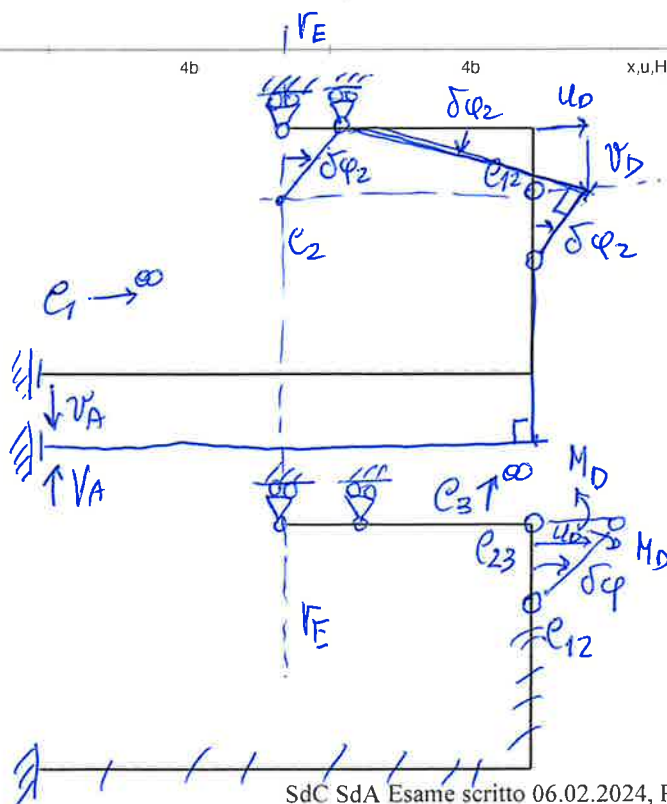
$$C_2 \in r_E$$

$$C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2$$

$$C_{12} = (8b, 3b)$$

$$C_{23} = (8b, 4b)$$

$$C_3 = (\infty, \infty)$$



$$v_D = -4b \delta \varphi_2$$

$$u_C = 0$$

$$v_A = v_D$$

$$u_D = b \delta \varphi_2$$

$$u_D = b \delta \varphi$$

$$v_C = 0$$

$$V_A(\hat{u}) = -251/89b; C_1 = (\infty, 0); C_2 = (4b, 3b); C_{12} = (8b, 3b);$$

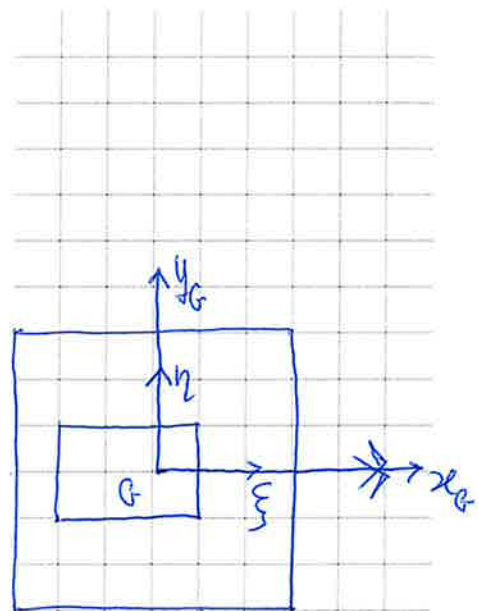
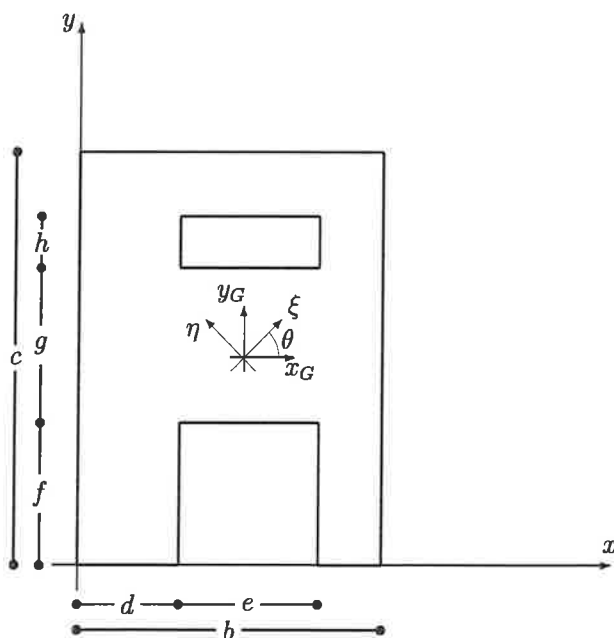
$$v_D = -4b\delta\varphi_2; u_C = 0;$$

$$M_D(\hat{e}_3 \otimes \hat{e}_3) = 5/29b^2; u_D = b\delta\varphi; v_C = 0;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 6a$; $c = 6a$; $d = 1a$; $e = 3a$; $f = 0$; $g = 2a$; $h = 2a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



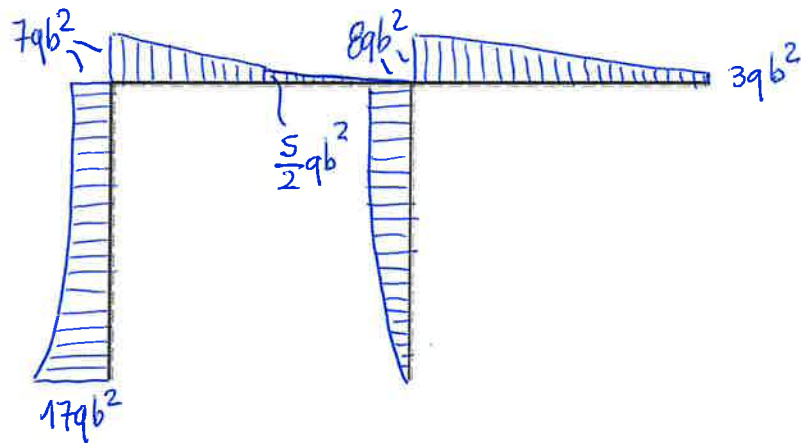
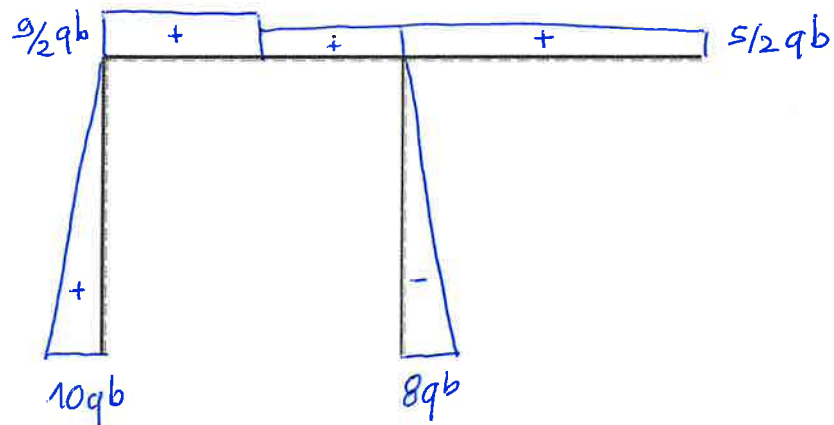
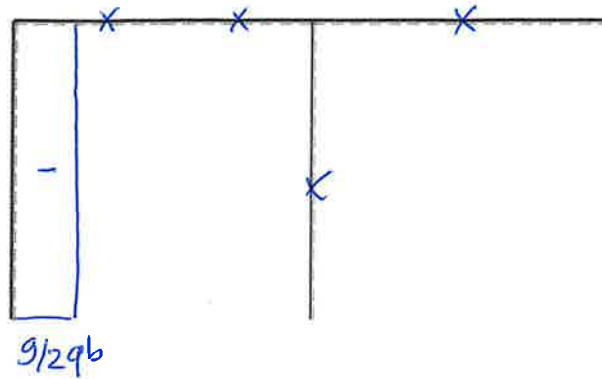
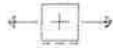
$$S_x = 90a^3; S_y = 93a^3;$$

$$x_G = 31/10a = 3.1000a; y_G = 3a;$$

$$J_{xG} = 106a^4; J_{yG} = 1017/10a^4 = 101.7000a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = 106a^4; J_\eta = J_{\min} = 1017/10a^4;$$



$V_A(\uparrow) = \frac{9}{2} qb$	$H_A(\Rightarrow) = -10 qb$	$M_A(\curvearrowright) = 17 qb^2$	$V_E(\uparrow) = -\frac{5}{2} qb$	$H_F(\Rightarrow) = 8 qb$
$N_{AB} = -\frac{9}{2} qb$	$T_{AB} = 10 qb - 5 q x_1$	$M_{AB} = -17 qb^2 + 10 qb x_1 - \frac{5}{2} q x_1^2$		
$N_{BC} = 0$	$T_{BC} = \frac{9}{2} qb$	$M_{BC} = -7 qb^2 + \frac{9}{2} qb x_2$		
$N_{CD} = 0$	$T_{CD} = \frac{5}{2} qb$	$M_{CD} = -\frac{5}{2} qb^2 + \frac{5}{2} qb x_3$		
$N_{DE} = 0$	$T_{DE} = \frac{5}{2} qb$	$M_{DE} = -8 qb^2 + \frac{5}{2} qb x_4$		
$N_{FD} = 0$	$T_{FD} = -8 qb + 4 q x_5$	$M_{FD} = -8 qb x_5 + 2 q x_5^2$		